

ここにベアリングが使われています

ベアリング編集小委員会

容器に入る鋼球数

今回はテーマとは異なりますが、容器に入る鋼球数についてのお話です。

鋼球は通常、お弁当箱くらいの大きさの紙箱(概略で縦12cm×横18cm×高さ6cm)に所定数入って販売されています。たとえば、呼び1/8(=3.175mm)の鋼球ですと1箱30,000個入り、呼び1/2(=12.7mm)の鋼球ですと1箱500個入りです。

ところが、お客様から「直径1cmの鋼球を200リットルのドラム缶一杯分欲しい。何個になるか」というような質問を受けることがあります。そんな時はどこかの入試問題を突きつけられたような気にもなります。

一番正確なのはドラム缶に実際に入れてみて数えることか、縮小モデルを作って入れてみるかですが、そのようなことをしないですむように検討してみます。

1. 理論的な検討

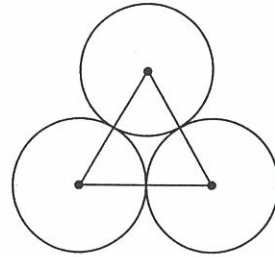
①鋼球単体の重さは、球の体積にSUJ2(高炭素クロム軸受鋼)の比重約7.77を掛ければ算出できますが、そもそも一定の容器に「大きい鋼球」を一杯に入れた場合と、「小さい鋼球」を一杯に入れた場合とでは、どちらが重いのでしょうか。

すきまにたくさん入りそうだから「小さい鋼球」を一杯に入れた場合の方が重いのでしょうか。

②嵩比重(カサヒジュウ)

鋼球は平面上に一段で、できるだけ詰め込ん

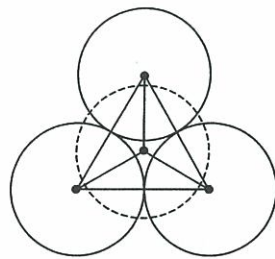
で並べると、隣り合った3個は正三角形のように並びます。これら3個の鋼球の中心点を結ぶ線は正三角形になり、これ以上は詰め込めません。(図1参照)



中心点を結ぶ線は正三角形

図1 平面上で隣り合った3個の鋼球

また立体的に鋼球を詰め込んだ場合でも、隣り合った4個は正三角錐のように並びます。これら4個の鋼球の中心点を結ぶ線は正三角錐になり、これ以上は詰め込めません。(図2参照)



中心点を結ぶ線は正三角錐

図2 立体的に隣り合った4個の鋼球

この鋼球同士の位置関係は、大きい鋼球でも小さい鋼球でも相似であり、変わりがありません。鉄の部分と空間部分との比率は一定です。この時に、多数の同一寸法の鋼球に対して高比重という考え方が適用できると考えます。つまり一定の容器に「大きい鋼球」を一杯に入れた

場合と、「小さい鋼球」を一杯に入れた場合とでは、どちらも同じ嵩比重であり同じ重さになると推定できます。

2. 嵩比重を求めるためのシミュレーション

直径1cmの鋼球を縦方向に10個、横方向に10列、高さ方向に10段をできるだけ詰め込んで直方体の中に納めた場合に、直方体の容積はいくらになるかを考えてみます。

① 1 段目：平面上に10個×10列を並べた場合

(図3参照)

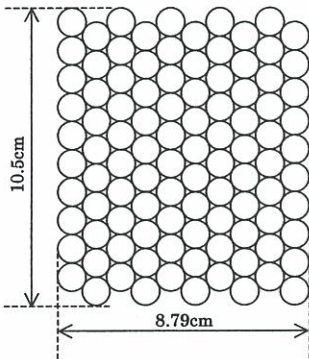


図3 平面上に直径1cmの鋼球を10個×10列並べた場合

縦寸法：1列目（3，5，7，9列目）は「1cm×10個＝10cm」ですが2列目（4，6，8，10列目）は鋼球半個分がずれるので縦寸法としては10.5cmになります。

横寸法：隣り合った3個の鋼球の中心点を結ぶ線は正三角形ですが、この正三角形の高さは $\sqrt{3}/2$ cmです。2列目以降はこの分しか横寸法が増加しません。

したがって10列目までの横寸法は $1+9\sqrt{3}/2=8.79$ cm

② 2 段目：1 段目の上に鋼球を並べた場合

1 段目の鋼球の1列目と2列目の間を1.5列目と呼ぶことにすると、1.5列目から10.5列目までの各列に10個並べることができます。

このとき、10.5列目は1段目の10列目より横方向に $1/2\sqrt{3}=0.29$ cmずれるので、前述の横寸法は $8.79+0.29=9.08$ cmに修正されます。

③高さ方向に10段目まで並べた場合

3，5，7，9段目は1段目と同様の並び方をするものとし、4，6，8，10段目は2段目と同様の並び方をするものとします。

高さ寸法：隣り合った4個の鋼球の中心点を結ぶ線は正三角錐ですが、この正三角錐の高さは $\sqrt{2/3}$ cmです。2段目以上はこの分しか高さ寸法が増加しません。

したがって10段目までの高さ寸法は $1+9\sqrt{2/3}=8.35$ cm

④嵩比重の算出

このときの直方体の容積は、縦×横×高さ＝ $10.50\times 9.08\times 8.35=796.09\text{cm}^3\rightarrow 796\text{cm}^3$ となり、このときに入る鋼球の数は1,000個です。

鋼球の総重量は、直径1cmの鋼球の重さが4.068g（比重7.77として）なので $4.068\text{g}\times 1,000$ 個＝4,068g

したがって、鋼球の嵩比重は「総重量/容積」として $4,068\text{g}/796\text{cm}^3=5.11$

結局、このシミュレーションによって無駄なく詰め込んだ場合の鋼球の嵩比重は5.11になります。

3. 実用的な嵩比重の検討

シミュレーションによる嵩比重は5.11でしたが、実際の容器に鋼球を詰め込んだ場合に、まったく無駄なすきまなく入るのでしょうか。実際にはきちんと並ばない部分ができ、無駄なすきまのできる分だけ嵩比重は小さくなっていくはずです。

実用的な嵩比重がどのくらいになるのかを検討するために、現状の販売用紙箱に入っている鋼球の数量を考えてみます。

販売用紙箱の外寸法は概略で長さ18cm×幅12cm×高さ6cmですが、内寸法は概略で長さ17cm×幅11cm×深さ5.5cmで、容積としては約1,000cm³です。ただし厳密には蓋の浮き具合や挿入緩衝材の有無により容積は若干変動します。この紙箱への鋼球の実際の入数から、重量と嵩比重を求めてみますと

呼び	単重	入数	総重量	嵩比重
1/8	0.1302 g	30,000個	3,906 g	3.9
1/2	8.333 g	500個	4,167 g	4.2
1	66.67 g	60個	4,000 g	4.0

大きい鋼球でも小さい鋼球でも容積約1,000cm³で約4,000gですから、多数の鋼球の実用的な嵩比重は約4ということになります。

そこで、最初の質問に戻るわけですが、

$$200\text{リットル} = 200 \times 1,000\text{cc} = 200,000\text{cm}^3$$

この容積に嵩比重4のものを詰め込むと、その重さは $200,000\text{cm}^3 \times 4\text{g/cm}^3 = 800,000\text{g}$

つまり800,000g分の鋼球が入るわけですから、直径1cmの鋼球の単重4.068gで割れば、個数が算出できます。

$$800,000\text{g} / 4.068\text{g} = 196,657\text{個}$$

この結果、「直径1cmの鋼球を200リットルのドラム缶に入れたとき、19万個～20万個でほぼ満杯になるでしょう」という答えが出てきます。

この方法は、たとえば100ccのボトルに0.6mmの鋼球が何個くらい入るかという問題にも応用できます。もし、ご興味と時間があれば計算してみてください。

